

تحلیل ارتعاشات آزاد رشته حفاری به وسیله روش تربیع دیفرانسیلی

شاپور مرادی^{۱*} و حسین حکیمی^۲

^۱دانشیار گروه مکانیک - دانشکده مهندسی - دانشگاه شهید چمران اهواز
^۲دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - دانشگاه شهید چمران اهواز
 (تاریخ دریافت ۸۸/۶/۲۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۹/۵/۱۷، تاریخ تصویب ۹۰/۶/۲۵)

چکیده

در این تحقیق به بررسی مسئله ارتعاشات رشته حفاری با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی پرداخته شده است. برای انجام این تحلیل ابتدا با بررسی رفتار رشته حفاری و نیروهای دینامیکی پیچیده‌ای که بر آن حاکم است، معادلات دیفرانسیل رشته استخراج شده و سپس با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی معادلات دیفرانسیل قسمت‌های مختلف رشته حفاری و شرایط مرزی مربوط به آنها به مجموعه‌ای از تربیع‌های دیفرانسیلی تبدیل شده است. سپس با استفاده از تحلیل مودال فرکانس‌های طبیعی رشته حفاری به دست آمده است. نتایج حاصل از کاربرد روش فوق با نتایج حاصل از روش‌های عددی دیگر مانند روش اجزاء محدود و روش تفاضل محدود چاپ شده در مقالات دیگر مقایسه شده است. در ادامه اثر پارامترهای مختلف از قبیل وزن روی مته، گشتاور روی مته و تعداد پایدارکننده‌ها بر فرکانس‌های طبیعی عرضی بررسی شده است. نتایج به دست آمده دلالت بر آن دارد که کاربرد روش تربیع دیفرانسیلی در ارتعاشات رشته حفاری از دقت، پایداری و کارایی بسیار خوبی برخوردار بوده و دارای همگرایی سریعی می‌باشد.

واژه های کلیدی: ارتعاشات، رشته حفاری، روش تربیع دیفرانسیلی

مقدمه

مداوم رشته با دیواره چاه و وارد آمدن گشتاورهای خمشی به دستگاه‌های اندازه‌گیری شده، انهدام آن وسایل را بدنبال دارد. مجموعه این مسائل باعث بروز مشکلات زیاد از جمله کند شدن عملیات حفاری و گاه از دست رفتن چاه می‌شود. برای غلبه بر مشکلات فوق، شناخت انواع ارتعاشات رشته حفاری و عوامل به وجود آورنده آنها و نیز ارائه مدل‌های مناسب در راستای جلوگیری از اثرات مخرب چنین ارتعاشاتی حائز اهمیت است. برای مثال تعیین فرکانس‌های طبیعی رشته حفاری و اجتناب از تحریک آنها به عنوان راهکاری مناسب و کم هزینه در کاهش ارتعاشات رشته حفاری مطرح می‌باشد (Spanos و همکاران [۱]).

اولین مطالعات در مورد ارتعاشات رشته حفاری توسط Baily و Finnie [۳،۲] انجام شده است. آنها یک روش ترسیمی را بر پایه سعی و خطا برای محاسبه فرکانسهای طبیعی رشته حفاری ارائه نمودند. حرکت و نوسان رشته حفاری درون چاه و در حضور سیال گل حفاری، باعث وارد آمدن نیرویی از جانب گل حفاری به بدنه رشته می‌گردد. این پدیده به صورت جرم اضافه ناشی از گل حفاری مدل شده و باعث افزایش جرم و میرایی در

رشته حفاری تحت تأثیر انواع مختلفی از نیروهای دینامیکی قرار دارد که این نیروها باعث به وجود آمدن ارتعاشات رشته می‌گردند. ارتعاشات نقش مهمی را در صنعت حفاری بازی کرده، به گونه ای که تقریباً بین ۲ تا ۱۰ درصد هزینه‌های حفاری شامل مشکلاتی است که ناشی از ارتعاشات می‌باشد. ارتعاشات رشته حفاری را می‌توان به سه نوع محوری^۱، پیچشی^۲ و عرضی^۳ تقسیم نمود (شکل ۱). هرکدام از انواع ارتعاشات ذکر شده آسیب‌هایی را در رشته حفاری به وجود می‌آورند که در این میان می‌توان به شوییدگی^۴ و بریدن^۵ اشاره نمود. ارتعاشات عرضی در نزدیک مته و در قسمت لوله‌های وزنه ایجاد می‌گردند، اما مانند ارتعاشات محوری و پیچشی سریعاً به سطح منتقل نمی‌شوند. علت این موضوع تفاوت در سرعت انتشار این امواج به سمت سطح و میرایی ارتعاشات عرضی می‌باشد. به این دلیل ارتعاشات عرضی معمولاً در بالای رشته حفاری دیده نمی‌شوند. یکی از مشکلاتی که به علت ارتعاشات رشته حفاری ایجاد می‌شود، خرابی ابزارهای اندازه‌گیری درون چاهی می‌باشد. این وسایل عموماً در نزدیکی مته و در حد فاصل بین دو پایدارکننده قرار می‌گیرند. ارتعاشات عرضی باعث برخورد

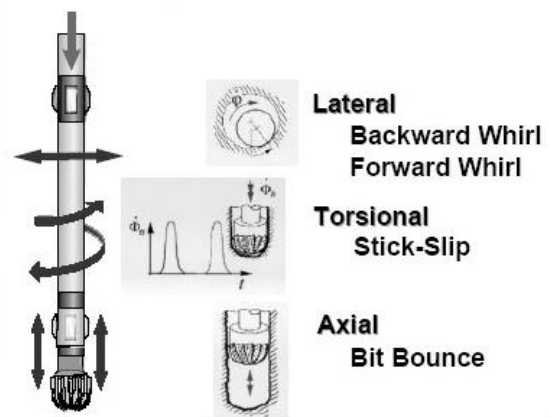
در مقایسه با روش‌های عددی اجزاء محدود و تفاضل محدود، روش تربیع دیفرانسیلی (DQM)^۷، روش جدیدتری برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل می‌باشد. به علت سادگی الگوریتم به کار رفته در DQM و همچنین دقت بالای آن، کاربرد این روش در حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم‌های مهندسی روز به روز افزون می‌گردد [۹،۸].

تا آنجا که نویسندگان این تحقیق اطلاع دارند تا کنون پژوهشی در زمینه کاربرد DQM بر روی ارتعاشات رشته حفاری انجام نشده است. لذا در این تحقیق با استفاده از DQM، ارتعاشات رشته حفاری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

حفاری چاه های نفت

برای استخراج نفت و گاز از لایه‌های زمین روش‌های گوناگونی وجود دارد که معمول‌ترین آنها شیوه چرخشی می‌باشد. در این روش سوراخی به کمک مته^۸ حفاری در لایه‌های زمین ایجاد می‌گردد. مته‌ها با توجه به سازند حفاری دارای انواع مختلفی می‌باشند. انرژی لازم جهت حرکت مته بوسیله یک موتور از روی سطح زمین تأمین می‌شود. این موتور، میز دوار^۹ را می‌چرخاند. واسطه انتقال انرژی و گشتاور ایجاد شده از روی سطح به مته، رشته حفاری^{۱۰} نامیده می‌شود که طول آن گاه به چندین کیلومتر نیز می‌رسد. شکل (۲) نمایی از یک دکل حفاری را نشان می‌دهد. رشته حفاری شامل لوله‌های حفاری و وزنه، پایدارکننده‌ها و اتصالات می‌باشد. قسمت قابل توجهی از رشته حفاری شامل لوله‌های حفاری^{۱۱} است، که هرکدام دارای طولی در حدود ۹ متر (۳۰ فوت) بوده و به وسیله اتصالات رزوه‌ای بهم متصل می‌شوند. پایین‌ترین قسمت رشته حفاری BHA^{۱۲} نامیده شده که عمدتاً از لوله‌های ضخیمی به نام لوله‌های وزنه^{۱۳} تشکیل شده و ضخامتی در حدود ۵۰ الی ۱۲۵ میلی‌متر (۲ الی ۵ اینچ) دارند. کل مجموعه رشته حفاری بوسیله یک سیستم بالابرنده که بر روی دکل حفاری قرار دارد به سمت بالا کشیده می‌شود. این سیستم شامل قلاب و ابزارهای بالابر می‌باشد. نیروی کششی این اطمینان را ایجاد می‌کند که لوله‌های حفاری در حالت کشش باقی مانده و از کماتش آنها تحت اثر وزن خود و نیروهای وارده از جانب مته جلوگیری می‌کند. در زمانی که لوله‌های حفاری در حالت

سیستم حفاری می‌گردد. Chen و همکاران [۴] نمودارهایی بر حسب سرعت دوران و شرایط فیزیکی سیال ارائه نمودند. نمودارهای آنها از حل تحلیلی معادلات ناویر-استوکس^۶ و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی حاصل شد. Khan [۵] تحلیل مودال را برای ارتعاشات محوری و پیچشی رشته حفاری با استفاده از روش اختلاف محدود انجام داد. وی از معادله موج طولی و پیچشی با صرف‌نظر از اثرات جرم اضافه، میرایی ناشی از گل حفاری، زاویه چاه و تماس رشته با دیواره استفاده نمود. Ray [۶] معادلات دیفرانسیل ارتعاشات عرضی BHA در فاصله بین مته و پایدارکننده‌ها را استخراج نمود. فرض او در استخراج این معادلات زاویه‌دار بودن چاه و عدم انطباق مرکز جرم لوله‌ها با محور چاه بوده است. وی با حل این معادلات بوسیله روش عددی تفاضل محدود به بررسی اثرات گشتاور و وزن وارد بر مته، میرایی گل حفاری و زاویه قرارگیری BHA بر نیروهای وارد بر مته و پایدارکننده‌ها پرداخته است. در بعضی از مدل‌ها به علت انحناء اولیه رشته، ارتعاشات عرضی بصورت کوپل با ارتعاشات محوری در نظر گرفته شده است. وجود این انحناء و کوپل بین ارتعاشات محوری و عرضی سبب ایجاد حرکت لنگ‌زدن در BHA می‌شود. Shyu [۷] به بررسی پدیده لنگ‌زدن و مطالعه کوپل خطی بین ارتعاشات عرضی و محوری در رشته حفاری پرداخت. وی با حل معادلات کوپل توسط روش تفاضل محدود و با در نظر گرفتن اثر جرم اضافه و میرایی ناشی از گل حفاری، تأثیر وزن و گشتاور وارد بر مته را روی فرکانس‌های طبیعی عرضی بررسی نموده و این اثرات را ناچیز دانسته است.



شکل ۱: انواع ارتعاشات رشته حفاری.

اتصالات ایجاد نموده، که این امر منجر به از کار افتادگی لوله شده و شوییدگی نام دارد. در صورت ادامه این روند، رشد ترک باعث بریدن کامل رشته حفاری شده که هزینه های سنگینی را بدنبال دارد.

روش تربیع دیفرانسیلی

روش تربیع دیفرانسیلی براساس روش عددی گوس برای محاسبه مشتق یک تابع که در تعداد محدودی از نقاط دامنه تابع مقدار آن معلوم است، انجام گرفته است. DQM تقریبی برای تبدیل مشتقات یک تابع در نقطه ای واقع بر دامنه آن، بصورت ترکیب خطی از مقادیر تابع در تعدادی از نقاط درون دامنه تابع می باشد. این تعریف اولین بار توسط Bellman [۱۰] بیان شد. برای نشان دادن شکل ریاضی DQM، تابع $F(x)$ را بر روی بازه $a \leq x \leq b$ در نظر بگیرید. مشتق مرتبه n ام تابع $F(x)$ در نقطه x_i به شکل زیر تعریف می شود:

$$\frac{d^n F(x_i)}{dx^n} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(n)} F(x_j) \quad i=1, \dots, N \quad (1)$$

در رابطه فوق x_j نقاط دقت و $C_{ij}^{(n)}$ ضرایب وزنی مشتق مرتبه n ام می باشد. ضرایب وزنی را می توان به کمک توابع آزمایشی لاگرانژ به صورت زیر محاسبه نمود (Shu و Richards [۱۱]):

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{\prod(x_i)}{(x_i - x_j) \prod(x_j)} \quad i, j=1, \dots, N, \quad i \neq j$$

$$C_{ij}^{(r)} = r \left[C_{ii}^{(r-1)} \cdot C_{ij}^{(1)} - \frac{C_{ij}^{(r-1)}}{x_i - x_j} \right], \quad 2 \leq r \leq N-1 \quad (2)$$

$$C_{ii}^{(m)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N C_{ij}^{(m)} \quad m=1, \dots, N-1$$

در جایی که:

$$\prod(x_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j) \quad (3)$$

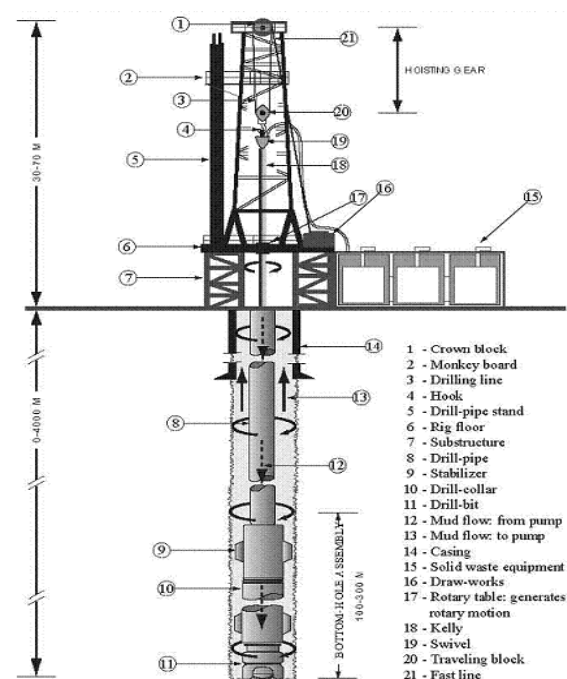
انتخاب نقاط دقت در همگرایی و دقت این روش بسیار مؤثر است. اثرات نقاط دقت متفاوت در همگرایی DQM توسط Wang [۱۲] برای مسأله کمانش صفحات مرکب مورد بررسی قرار گرفته است. برخی از انواع نقاط دقت در بازه $[a, b]$ عبارتند از:

نقاط دقت با فواصل مساوی

$$x_i = a + \frac{i-1}{N-1}(b-a) \quad i=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای های چبیشف

کشش هستند، قسمت اعظمی از BHA در حالت فشاری قرار دارد. ترکیب بارهای وارده به BHA، به صورت محوری و پیچشی می تواند سبب کمانش آن شود. این مشکل توسط به کارگیری لوله های ضخیم وزنه و پایدارکننده ها^{۱۴} مرتفع می شود. وظیفه اصلی پایدارکننده ها جلوگیری از حرکت جانبی رشته حفاری و قرار دادن رشته در مرکز حفره می باشد. این پایدارکننده ها در فواصل مناسبی بین لوله های وزنه و در بالای مته نصب می شوند. گشتاور وارد بر مته^{۱۵} از میز چرخان و از طریق رشته حفاری به مته منتقل می شود. از دیگر پارامترهای مؤثر بر حفاری، وزن وارد بر مته^{۱۶} می باشد. به وسیله کنترل این دو پارامتر اصلی، میزان نفوذ مته و سرعت حفاری کنترل می گردد. از گل حفاری^{۱۷} جهت تسهیل عملیات حفاری استفاده می شود. این سیال توسط یک پمپ درون لوله های حفاری فرستاده شده، که پس از عبور از نازل های درون مته، از فاصله بین رشته حفاری و دیواره چاه رو به بالا حرکت نموده و به سمت سطح هدایت می شود. نقش این ماده روانکاری، خنک کنندگی و انتقال کنده ها به سطح می باشد.



شکل ۲: نمای از دکل حفاری.

در صورت بروز ترک و گسترش آن در رشته و یا عبور گل حفاری از میان اتصالات رزوه ای لوله ها، فشار ناشی از سیال حفاری مجرای را در بدنه لوله و یا رزوه های

$$u_{k,zz}(z,t) - \frac{1}{c_a^2} u_{k,tt}(z,t) = 0 \quad (۸)$$

$$k = 1, 2, \dots, M$$

$$\theta_{k,zz}(z,t) - \frac{1}{c_t^2} \theta_{k,tt}(z,t) = 0 \quad (۹)$$

$$k = 1, 2, \dots, M$$

در این روابط:

$$c_a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad , \quad c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (۱۰)$$

همچنین معادله حاکم بر ارتعاشات عرضی رشته در غیاب نیروهای استهلاک و تحت اثر وزن روی مته WOB و گشتاور روی مته TOB عبارت است از [۶]:

$$w_{k,tt} + \frac{EI_k}{\rho A_k C_m} w_{k,zzzz} + i \frac{TOB}{\rho A_k C_m} w_{k,zzz} + \frac{gh \cos \phi}{C_m} [(l'_{ek} - z_k) w_{k,zz} - w_{k,z}] = 0 \quad (۱۱)$$

$$k = 1, 2, \dots, M$$

در روابط فوق E مدول الاستیسیته، G مدول برشی، ρ جرم حجمی، I ممان اینرسی، A سطح مقطع لوله ها و u و θ و w بترتیب جابجایی محوری، پیچشی و عرضی می باشند. i متغیر موهومی و ϕ میزان انحراف رشته از امتداد قائم (شکل ۴) و:

$$h = 1 - \frac{\rho_m}{\rho} \quad , \quad l'_{ek} = \frac{WOB}{\rho A_k gh \cos \phi} \quad (۱۲)$$

C_m ضریب جرم اضافی ناشی از حضور گل حفاری درون رشته بوده و بصورت زیر تعریف می شود [۶]:

$$C_m = 1 + \frac{M_m}{M_s} \quad (۱۳)$$

ρ_m جرم حجمی گل حفاری، M_m مجموع جرم گل درون رشته و جرم حجم گل درون یک استوانه توخالی به قطر خارجی رشته بر واحد طول و M_s جرم لوله در واحد طول است.

با توجه به شکل (۳) این رشته از چند منطقه شامل لوله های حفاری، لوله های وزنه، پایدارکننده ها و مته تشکیل شده است. در ارتعاشات محوری مقدار جابجایی محوری در بالا و نیروی محوری در پایین صفر می باشد. در محل اتصال لوله ها پیوستگی جابجایی و نیروی محوری

$$x_i = a + \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(2i-1)\pi}{2N} \right) \right] (b-a) \quad (۵)$$

$$x_1 = a \quad , \quad x_N = b \quad , \quad i = 2, 3, \dots, N-1$$

نقاط دقت با استفاده از چندجمله ای های لژاندر

$$x_i = a + \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(2i-3)\pi}{2N-4} \right) \right] (b-a) \quad (۶)$$

$$x_1 = a \quad , \quad x_N = b \quad , \quad i = 2, 3, \dots, N-1$$

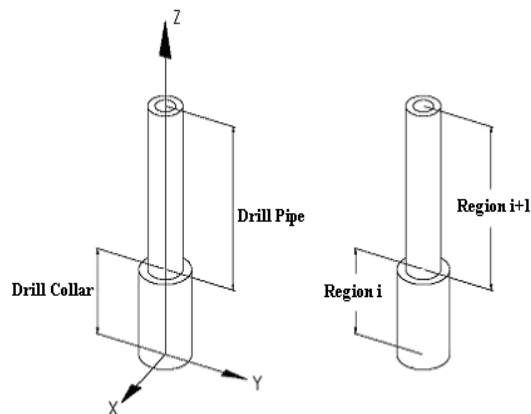
نقاط دقت با استفاده از چندجمله ای های لاگرانژ

$$x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(i-1)\pi}{N-1} \right) \right] (b-a) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (۷)$$

معادلات حاکم

در این تحقیق ارتعاشات آزاد رشته حفاری بررسی شده است. برای اینکار ابتدا معادلات دیفرانسیل حاکم استخراج شده و سپس برای تبدیل این معادلات به فرم DQ، آنها بی بعد شده اند. با توجه به اینکه رشته حفاری شامل لوله های حفاری، لوله های وزنه، پایدارکننده ها و مته می باشد، هنگام مدلسازی مسأله معادلات بکار رفته برای هر منطقه بصورت جداگانه بسط داده شده اند. در این روابط، زیرنویس k نشان دهنده مناطق مختلف رشته حفاری می باشد. هر ناحیه به صورت یک تیر با مقطع دایروی در نظر گرفته شده است. با استفاده از شرایط پیوستگی در محل اتصال نواحی مختلف به یکدیگر، می توان معادلات نواحی مختلف را به هم مرتبط نمود.

در شکل (۳) دستگاه مختصات به کار رفته و تقسیم رشته به مناطق مختلف نشان داده شده است. معادلات دیفرانسیل رشته برای ارتعاشات محوری و پیچشی به صورت زیر می باشد:



شکل ۳: مدل رشته حفاری برای ارتعاشات آزاد.

نیروی برشی در پایین رشته صفر می‌باشد. در محل اتصال لوله‌ها پیوستگی خیز، شیب، ممان خمشی و نیروی برشی وجود دارد. اگر Q و M به ترتیب نشان دهنده نیروی برشی و ممان خمشی باشند، شرایط مرزی به صورت زیر خواهد بود:

$$M = 0 \quad , \quad Q = 0 \quad (20)$$

در مرز ناحیه $\bar{I}+I$ و $\bar{I}+I$:

$$w_i = w_{i+1} \quad , \quad w_{i,z} = w_{i+1,z} \quad (21)$$

$$M_i - M_{i+1} = 0 \quad , \quad Q_i - Q_{i+1} = 0$$

در میز دوار:

$$w = 0 \quad , \quad w_z = 0 \quad (22)$$

با استفاده از روش جداسازی متغیرها معادلات فوق به معادلات دیفرانسیل معمولی که برای تعیین فرکانس‌ها و شکل‌مودها به کار می‌روند تبدیل می‌شوند. از کاربرد روش DQ بر روی معادلات (۸)، (۹) و (۱۱)، این معادلات برای نواحی مختلف به صورت زیر تبدیل می‌گردند:

$$\left(\frac{A}{A_k}\right)\left(\frac{I_k}{I}\right)\left(\frac{l}{l_k}\right)^4 \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(4)} W_{jk} + i \left(\frac{A}{A_k}\right)\left(\frac{TOB}{I l_k^3}\right)^4 \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(3)} W_{jk} + \frac{\rho A g l^4 h \cos \phi}{EI_k} \times \left[(l_{ek} - Z_{ik}) \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(2)} W_{jk} - \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(1)} W_{jk} \right] = \lambda_i^2 W_{jk} \quad (23)$$

$$i = 3, 4, \dots, N_k - 2 \quad k = 1, 2, \dots, M$$

$$\left(\frac{l}{l_k}\right)^2 \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(2)} U_{jk} = -\lambda_a^2 \cdot U_{ik} \quad (24)$$

$$i = 2, 3, \dots, N_k - 1 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, M$$

$$\left(\frac{l}{l_k}\right)^2 \sum_{j=1}^{N_k} C_{ijk}^{(2)} \Theta_{jk} = -\lambda_t^2 \cdot \Theta_{ik} \quad (25)$$

$$i = 2, 3, \dots, N_k - 1 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, M$$

که:

$$\lambda_l = \omega^2 \frac{\rho A C_m l^4}{EI} \quad , \quad \lambda_a^2 = \frac{\omega^2 l^2}{c_a^2} \quad , \quad \lambda_t^2 = \frac{\omega^2 l^2}{c_t^2} \quad (26)$$

وجود دارد. اگر P نشان دهنده نیروی محوری باشد، با توجه به شکل (۲) شرایط مرزی به صورت زیر است:

$$u = 0 \quad (14)$$

در مرز ناحیه $\bar{I}+I$ و $\bar{I}+I$:

$$u_i = u_{i+1} \quad , \quad P_i - P_{i+1} = 0 \quad (15)$$

در میز دوار:

$$P = 0 \quad (16)$$

در ارتعاشات پیچشی مقدار زاویه پیچش در بالا و گشتاور پیچشی در پایین صفر می‌باشد. در محل اتصال لوله‌ها پیوستگی زاویه پیچش و گشتاور پیچشی وجود دارد. اگر T نشاندهنده گشتاور پیچشی باشد، با توجه به شکل (۲) شرایط مرزی به صورت زیر است:

در مته:

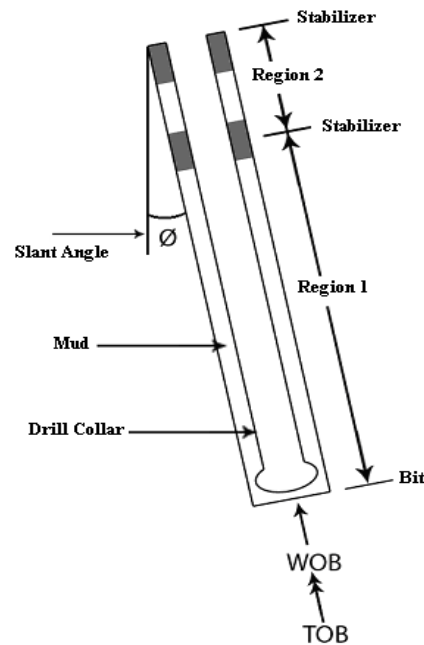
$$T = 0 \quad (17)$$

در مرز ناحیه $\bar{I}+I$ و $\bar{I}+I$:

$$\theta_i = \theta_{i+1} \quad , \quad T_i - T_{i+1} = 0 \quad (18)$$

در میز دوار:

$$\theta = 0 \quad (19)$$



شکل ۴: قسمتی از BHA شامل دو پایدارکننده.

در ارتعاشات عرضی شرایط مرزی در میز دوار (بالا) گیردار و در مته (پایین) آزاد می‌باشد [۵]. در این صورت شیب و خیز در بالا و مقدار ممان خمشی و

$$\{\Delta\} = \begin{Bmatrix} U \\ W \\ \Theta \end{Bmatrix} \quad (31)$$

رابطه (۳۰) را می توان به شکل مسأله مقدار ویژه استاندارد تبدیل نمود:

$$[A^*]\{\Delta_i\} = \lambda^2 [B^*]\{\Delta_i\} \quad (32)$$

که در آن :

$$\begin{aligned} [A^*] &= [A_{ii} - A_{ib} \cdot A_{bb}^{-1} \cdot A_{bi}] \\ [B^*] &= [B_{ii} - B_{ib} \cdot A_{bb}^{-1} \cdot A_{bi}] \end{aligned} \quad (33)$$

برای بررسی ارتعاشات آزاد از تحلیل مودال معادلات فوق استفاده می گردد. در این صورت مقادیر ویژه رابطه (۳۲) نشان دهنده مجذور فرکانس های طبیعی و بردارهای ویژه آن بیانگر شکل مودها می باشند.

نتایج

جهت بررسی دقت و صحت روش تربیع دیفرانسیلی، فرمولاسیون ارائه شده در قسمت قبل بر روی چند مسئله ارتعاشات رشته حفاری اجرا گردید. نتایج حاصل با نتایج ارائه شده در سایر منابع و همچنین نتایج به دست آمده از روش اجزای محدود مقایسه شده است.

جدول ۱: مشخصات فیزیکی مواد.

Drillstring	
Modulus of elasticity (E)	$214 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Shear modulus (G)	$82 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Mass density (ρ)	7830 kg/m^3
Mud	
Mass density (ρ_m)	773 kg/m^3

برای این کار رشته حفاری مورد استفاده توسط Khan [۵] در نظر گرفته شده است. مشخصات مربوط به جنس لوله های مورد استفاده و گل حفاری در جدول (۱) ارائه داده شده است. همچنین مشخصات مربوط به رشته در جدول (۲) آمده است.

جدول ۲: مشخصات رشته حفاری.

Tools	Lentgh (ft)	O.D. (in)	I.D. (in)
Drill Pipe	750	6.25	2.64
Drill Collar	6050	4.64	3.82

برای این مثال، در هنگام استفاده از معادلات

در این روابط $A = \sum_{k=1}^k A_k$ و $I = \sum_{k=1}^k I_k$ می باشند. همچنین از متغیرهای بی بعد $l = \frac{z}{l}$ ، $U = \frac{u}{l}$ ، $W = \frac{w}{l}$ ، $Z = \frac{z}{l}$ و $\Theta = \frac{\theta}{l}$ که l طول رشته می باشد استفاده شده است.

شرایط مرزی نیز با استفاده از روش DQ به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{N_i} C_{1j1}^{(2)} W_{j1} = 0 \quad , \quad \sum_{j=1}^{N_i} C_{1j1}^{(3)} W_{j1} = 0 \\ U_{11} = 0 \quad , \quad \sum_{j=1}^{N_i} C_{1j1}^{(1)} \Theta_{j1} = 0 \end{aligned} \quad (37)$$

در مرز ناحیه نام و $I+1$:

$$\begin{aligned} W_{N_i,i} = W_{1(i+1)} \\ \frac{1}{l_i} \sum_{j=1}^{N_i} C_{N_i j i}^{(1)} W_{ji} = \frac{1}{l_{i+1}} \sum_{j=1}^{N_{(i+1)}} C_{1j(i+1)}^{(1)} W_{j(i+1)} \\ \sum_{j=1}^{N_i} C_{N_i j i}^{(2)} W_{ji} - \left(\frac{l_{(i+1)}}{l_i} \right) \left(\frac{l_i}{l_{(i+1)}} \right)^2 \sum_{j=1}^{N_{(i+1)}} C_{1j(i+1)}^{(2)} W_{j(i+1)} = 0 \\ \sum_{j=1}^{N_i} C_{N_i j i}^{(3)} W_{ji} - \left(\frac{l_{(i+1)}}{l_i} \right) \left(\frac{l_i}{l_{(i+1)}} \right)^3 \sum_{j=1}^{N_{(i+1)}} C_{1j(i+1)}^{(3)} W_{j(i+1)} = 0 \\ U_{N_i,i} = U_{1(i+1)} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\sum_{j=1}^{N_i} C_{N_i j i}^{(1)} U_{ji} - \left(\frac{A_{(i+1)}}{A_i} \right) \left(\frac{l_i}{l_{(i+1)}} \right)^{N_{(i+1)}} \sum_{j=1}^{N_{(i+1)}} C_{1j(i+1)}^{(1)} U_{j(i+1)} = 0$$

$$\begin{aligned} \Theta_{N_i,i} = \Theta_{1(i+1)} \\ \sum_{j=1}^{N_i} C_{N_i j i}^{(1)} \Theta_{ji} - \left(\frac{J_{(i+1)}}{J_i} \right) \left(\frac{l_i}{l_{(i+1)}} \right)^{N_{(i+1)}} \sum_{j=1}^{N_{(i+1)}} C_{1j(i+1)}^{(1)} \Theta_{j(i+1)} = 0 \end{aligned}$$

در میز دوار:

$$W_{N_M M} = 0 \quad , \quad \sum_{j=1}^{N_M} C_{N_M j M}^{(1)} W_{jM} = 0 \quad (39)$$

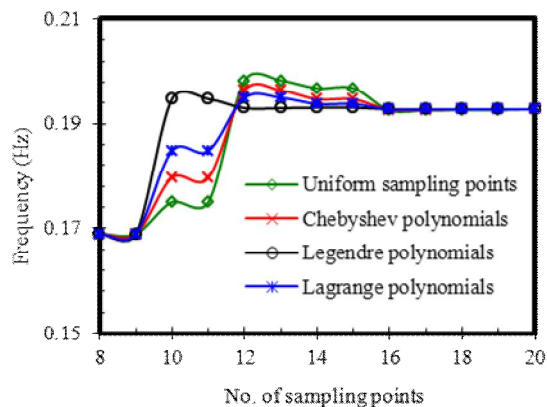
$$\sum_{j=1}^{N_M} C_{N_M j M}^{(1)} U_{jM} = 0 \quad , \quad \Theta_{N_M M} = 0$$

پس از اعمال روش DQ بر معادله دیفرانسیل همگن و اعمال شرایط مرزی، دستگاه خطی همگنی از معادلات جبری، به شکل زیر به وجود می آید:

$$\begin{bmatrix} [A_{bb}] & [A_{bi}] \\ [A_{ib}] & [A_{ii}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta_b\} \\ \{\Delta_i\} \end{Bmatrix} = \lambda^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{ib} & B_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta_b\} \\ \{\Delta_i\} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

زیرنویس های b و i بترتیب نشان دهنده نقاط مرزی و داخلی می باشند. بردارهای $\{\Delta_b\}$ و $\{\Delta_i\}$ ، به ترتیب نشان دهنده مقادیر جابجایی ها در نقاط مرزی و داخلی هستند:

(۵) همگرایی DQM در تعیین فرکانس طبیعی اول ارتعاشات عرضی را بر اساس تعداد نقاط دقت برای انواع نقاط دقت ذکر شده در روابط (۴) الی (۷) نشان می‌دهد. چنانچه از این شکل دیده می‌شود با افزایش نقاط دقت میزان خطا به شدت کاهش می‌یابد. علاوه بر این تعداد نقاط دقت استفاده شده نیز بسیار کم می‌باشد. همچنین از شکل دیده می‌شود که استفاده از ریشه‌های چندجمله‌ایهای لژاندر دقت بالاتری را نسبت به سایر چندجمله‌ای‌ها در بر دارد.



شکل ۵: همگرایی فرکانس برای ارتعاشات عرضی.

در ادامه به تأثیر پایدارکننده‌ها، وزن روی مته و گشتاور روی مته بر فرکانس‌های طبیعی عرضی پرداخته می‌شود. برای این بررسی‌ها از رشته حفاری با دو پایدارکننده استفاده شده است (شکل ۴). مشخصات BHA به کار برده شده در جدول (۴) ذکر شده است [۷].

جدول ۴: مشخصات BHA.

Tools	Lentgh (ft)	O.D. (in)	I.D. (in)
Bit	25.3	25.6	0.00
Drill Collar	31	6.83	2.93
Stabilizer	6.6	7.54	2.52
Drill Collar	28.63	6.25	2.81
Stabilizer	3.3	7.54	2.52

جدول (۵) فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات عرضی برای وقتی که از یک و دو پایدارکننده استفاده شده است را نشان می‌دهد. همان‌گونه که دیده می‌شود افزایش تعداد پایدارکننده‌ها باعث ازدیاد سختی BHA شده و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابند.

دیفرانسیل ارتعاشات عرضی رشته، جملات مربوط به وزن و گشتاور روی مته صرفنظر شده است. فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده توسط DQM، با روش‌های اجزاء محدود (FEM)^{۱۸} و تفاضل محدود (FDM)^{۱۹} مقایسه شده است. تحلیل اجزاء محدود توسط نرم‌افزار ANSYS با استفاده از المان‌های BEAM3 و BEAM4 انجام شده است. جدول (۳) فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده از روش‌های عددی DQM، اجزاء محدود و تفاضل محدود به دست آمده توسط Khan [۵] را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از این جدول دیده می‌شود، فرکانس‌های طبیعی به دست آمده توسط DQM با مقادیر به دست آمده توسط روش اجزاء محدود یکسان می‌باشند. علاوه بر این فرکانس‌های به دست آمده توسط DQM نسبت به روش اختلاف محدود از دقت بیشتری برخوردار می‌باشند.

جدول ۳: مقایسه فرکانس‌های طبیعی انواع ارتعاشات.

Torsional Vibrations			
	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)
DQM	0.263	0.960	1.773
FEM	0.263	0.960	1.773
FDM[5]	0.275	0.972	1.779

Axial Vibrations			
	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)
DQM	0.458	1.583	2.877
FEM	0.458	1.583	2.877
FDM[5]	0.467	1.566	2.817

Lateral Vibrations			
	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)
DQM	0.2×10^{-4}	0.14×10^{-3}	0.41×10^{-3}
FEM	0.2×10^{-4}	0.14×10^{-3}	0.41×10^{-3}
FDM[5]	Not Reported		

همان‌گونه که گفته شد، انتخاب نقاط دقت در همگرایی و دقت جواب‌های DQM بسیار مؤثر است. شکل

فرکانس‌های طبیعی عرضی را به مقدار ناچیزی کاهش می‌دهد. این در حالی است که اثر افزایش وزن روی مته بر کاهش مقدار فرکانس‌های طبیعی به مراتب بیشتر است. همانگونه که از شکل (۷) دیده می‌شود با ازدیاد نیروی فشاری وزن روی مته، از سختی رشته کاسته شده و در نتیجه فرکانس‌های طبیعی آن نیز کاهش می‌یابند.

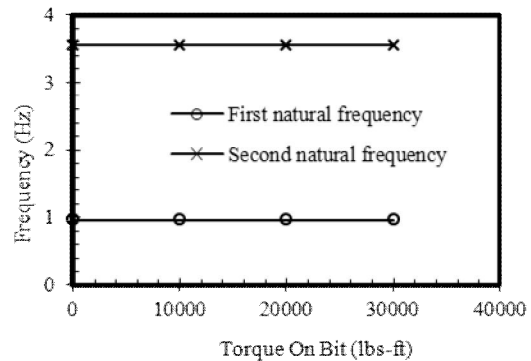
نتیجه‌گیری

مسئله ارتعاشات محوری، پیچشی و عرضی رشته حفاری با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. برای این کار رشته حفاری به تعدادی تیر با مقاطع دایروی تقسیم شده و معادلات دیفرانسیل ارتعاشات محوری، پیچشی و عرضی هر کدام به همراه شرایط مرزی مربوط به آنها با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی به مجموعه‌ای از معادلات جبری گسسته شد. سپس با تبدیل این دستگاه معادلات جبری به یک مسئله مقدار ویژه استاندارد و حل آن فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای رشته حفاری تعیین گردید. برای تأیید قابلیت کاربرد روش ارائه شده تعدادی مثال ارائه شد. همچنین اثر برخی از پارامترها بر روی فرکانس‌های طبیعی رشته مورد مطالعه قرار گرفت.

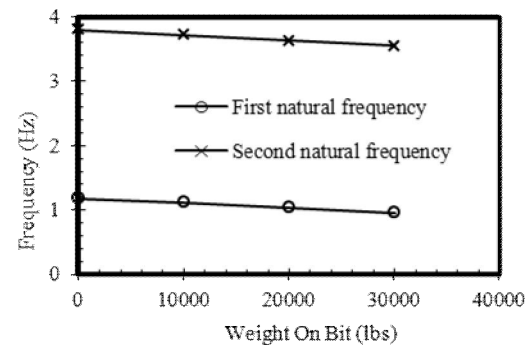
همانگونه که نشان داده شد روش تربیع‌های دیفرانسیلی توانایی تعیین دقیق فرکانس‌های طبیعی رشته حفاری را دارا می‌باشد. روش ارائه شده ساده، دقیق و دارای سرعت همگرایی بالا بوده و می‌توان از آن به عنوان جایگزین نسبت به سایر روش‌های عددی در تحلیل مسائل ارتعاشات رشته حفاری استفاده نمود.

جدول ۵: تاثیر تعداد پایدارکننده بر فرکانس‌های طبیعی عرضی.

	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)
One Stabilizer	0.33	1.56
Two Stabilizers	0.95	3.58



شکل ۶: اثر گشتاور روی مته بر فرکانس‌های طبیعی عرضی.



شکل ۷: اثر وزن روی مته بر فرکانس‌های طبیعی عرضی.

همچنین اثرات گشتاور روی مته (TOB) و وزن روی مته (WOB) بر اندازه فرکانس‌های طبیعی عرضی در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های نشان داده شده افزایش گشتاور روی مته مقدار

مراجع

- Spanos, P. D., Chevalier, A., Politis, N. and Payne, B. (2003). "Oil well drilling : A vibration perspective." *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 35, No. 2, PP. 81-99.
- Baily, J. J. and Finnie, I. (1960). "An analytical study of drill-string vibration." *J. of Engineering for Industry*, Transaction of the ASME, PP. 122-128.
- Baily, J. J. and Finnie, I. (1960). "An experimental study of drill-string vibration." *J. of Engineering for Industry*, Transaction of the ASME, PP. 129-135.
- Chen, S. S., Wambsganss, M. W. and Jendrzejczyk, J. A. (1976). "Added mass and damping of a vibrating rod in confined viscous fluids." *J. of Applied Mechanics*, PP. 325-329.
- Khan, K. Z. (1986). *Longitudinal and Torsional Vibration of DrillStrings*, Master's Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.

-
- 6 - Ray, O. F. (1983). *Dynamics of Unbalanced Drill Collars in a Slanted Hole*. Master's Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- 7 - Shyu, R. J. (1989). *Bending of Rotating Drillstrings*. PhD Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- 8 - Moradi, S. and Taheri, F. (1999). "Delamination buckling analysis of general laminated composite beams by differential quadrature method." *J. Comp. Struct.*, Vol. 30, PP. 503-511.
- 9 - Bert, C.W. and Malik, M. (1996). "Differential quadrature method in computational mechanics: A review." *J. Appl. Mech. Rev.*, Vol. 49, PP. 1-28.
- 10 - Bellman, R., Kashef, B. G. and Casti, J. (1972). "Differential quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations." *J. Comput. Phys.*, Vol. 10, PP. 40-5.
- 11 - Shu, C. and Richards, B. E. (1992). "Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equation." *Int. Journal of Num. Math. Fluids*, Vol. 15, PP. 791-798.
- 12 - Wang, X. (1995). "Differential quadrature for buckling analysis of laminated plates." *Computers & Structures*, Vol. 57, PP. 715-719.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Axial vibrations
 - 2 - Torsional vibrations
 - 3 - Lateral vibrations
 - 4 - Washout
 - 5 - Twist off
 - 6 - Navier-Stokes
 - 7 - Differential Quadrature Method
 - 8 - Bit
 - 9 - Rotary table
 - 10 - Drillstring
 - 11 - Drill Pipe
 - 12 - Bottom-Hole-Assembly
 - 13 - Drill Collar
 - 14 - Stabilizer
 - 15 - Torque On Bit (TOB)
 - 16 - Weight On Bit (WOB)
 - 17 - Drilling mud
 - 18 - Finite Element Method
 - 19 - Finite Difference Method
-