

شبیه‌سازی عددی جریان سیال در میکرومیکسرهای دوبعدی با کمک روش حجم محدود

فرشاد کوثری^{۱*}، وحید اصفهانیان^۲، میثم رضائی برمی^۳ و نادر نوروزی^۳

^۱دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

^۲استاد دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

^۳دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۸/۴/۲۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۹/۹/۱۷، تاریخ تصویب ۹۰/۱۰/۱۳)

چکیده

امروزه با رشد فناوری ساخت در ابعاد کوچک، کاربرد تجهیزات در ابعاد میکرو و نانو در صنایع مختلف نظیر پزشکی، بیومکانیک، بیوشیمی و صنایع شیمیایی رشد چشمگیری یافته است. با توجه به مشکلات و هزینه‌های ساخت در این ابعاد، شبیه‌سازی و بهینه نمودن دستگاه قبل از ساخت و آزمایش ضروری به نظر می‌رسد. یکی از قسمت‌های تأثیرگذار در تجهیزات سیالاتی در این ابعاد که وظیفه اختلاط سیالات قبل از واکنش یا آماده‌سازی ترکیب دارویی را برعهده دارند، میکرومیکسرها می‌باشند. در مطالعه حاضر، شبیه‌سازی جریان و آمیختگی دو سیال تراکم‌ناپذیر در میکرومیکسرهای مورد استفاده در آزمایشگاه‌های تراشه‌ای با استفاده از روش حجم محدود جیمسون و با به‌کارگیری مفهوم تراکم‌پذیری مصنوعی صورت گرفته است. میدان سرعت، ضریب پخش دو سیال در یکدیگر و خواص دو سیال از عوامل مؤثر در شدت اختلاط می‌باشند. بنابراین شبیه‌سازی برای اعداد رینولدز و اشمیت مختلف برای مخلوط‌هایی با خواص ثابت و متغیر صورت گرفته است.

واژه‌های کلیدی: میکرومیکسر، پخش، روش حجم محدود جیمسون

مقدمه

به دلیل علاقه شدید محققین علوم سیالاتی به شناخت پدیده‌های نوینی که در اثر کاهش دادن ابعاد در جریان سیال رخ می‌دهد، مفهوم جدیدی به نام میکروسیالات به وجود آمده است. پس از بسط و گسترش این مفهوم، تجهیزات مختلفی که با سیالات سروکار دارند در ابعاد میکرو ساخته شد. این وسایل در زمینه‌های گوناگونی مانند پزشکی، داروسازی، بیومکانیک، بیوشیمی و صنایع شیمیایی کاربرد فراوانی دارند. یکی از قسمت‌های بسیار مهم که وظیفه اختلاط سیالات را برعهده دارند، میکرومیکسرها می‌باشند که وظیفه آن‌ها آماده کردن مخلوط قبل از واکنش شیمیایی، ترکیب داروهای مختلف، انحلال دارو در خون می‌باشد. با توجه به ابعاد کوچک، رژیم جریان در این تجهیزات آرام است، در نتیجه سازوکار غالب برای اختلاط دو سیال پدیده پخش می‌باشد [۱]. معمولاً ضریب پخش دو سیال در یکدیگر به میزانی نیست که بتوان در ابعاد کوچک اختلاط کامل دو سیال را بدست آورد، بنابراین نیاز به میکرومیکسری که زمان یا طول اختلاط را کاهش دهد به شدت احساس می‌شود. بیبه و همکاران [۲] یک میکرومیکسر پیچ در پیچ از جنس

PDMS ساختند تا با افزایش بی‌نظمی در جریان، اختلاط را افزایش دهند. وینسترا و همکاران [۳] میکرومیکسری با سطح مقطع بسیار باریک طراحی کردند که دو جریان مایع بسیار نزدیک به یکدیگر وارد آن می‌شوند و در نتیجه اختلاط در زمان کوتاه‌تری روی می‌دهد. گابی و همکاران [۴] مشخصه‌های اختلاط دو گاز مختلف در میکسرهای T-شکل را به کمک روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی شبیه‌سازی کردند که در آن تأثیرات سرعت جریان، نسبت اضلاع میکروکانال، زاویه بین جریان‌های ورودی بر روی طول اختلاط مورد بررسی قرار گرفت. بوت و همکاران [۵] میکرومیکسرهای با ابعاد کوچکتر و دامنه عدد رینولدز بزرگتر را بررسی کردند. آن‌ها فرآیند اختلاط را به صورت عددی و با استفاده از نرم افزار فلوینت شبیه‌سازی و با نتایج تجربی مقایسه نمودند. وانگ و همکاران [۶] قابلیت استفاده از میکرومیکسرهای T-شکل را به عنوان یک وسیله اختلاط سریع از جنس سیلیکون برای تعیین کارایی اختلاط مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند که با از بین رفتن تقارن جریان و به وجود آمدن گردابه‌ها و جریان‌های ثانویه در تقاطع در اعداد رینولدز

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (2)$$

که در آن $\tilde{\rho}$ چگالی مصنوعی است که بوسیله سرعت مصنوعی a به فشار مرتبط می‌شود:

$$\frac{p}{\rho} = \beta = a^2 \quad (3)$$

که در آن β ضریب تراکم پذیری مصنوعی است که معمولاً بین ۳ تا ۱۰ تغییر می‌کند. بنابراین معادله پیوستگی بوسیله نرخ زمانی فشار به معادلات اندازه حرکت خطی مرتبط می‌شود.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \beta \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (4)$$

معادلات اندازه حرکت خطی با توجه به فرضیات اساسی صورت گرفته به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \rho V = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla V) \quad (5)$$

که در آن خواص فیزیکی مخلوط با مکان تغییر می‌کند که برای یافتن مقدار آن‌ها در هر نقطه، باید معادلات انتقال جرم هر ذره را حل نمود. با تعریف نسبت جرمی هر ذره به صورت نسبت جرم ذره به جرم مخلوط، $m_j = \rho_j / \rho$ ، رابطه بین نسبت‌های جرمی در یک مخلوط دوتایی برابر است با:

$$\sum_{j=1}^n m_j = 1 \Rightarrow m_1 + m_2 = 1 \quad (6)$$

با توجه به قانون پخش فیک، شار پخشی در یک مخلوط دوتایی برابر است با:

$$G_{diff} = -\rho D \nabla m \quad (7)$$

که در آن D ضریب پخش دو سیال در هم است. قانون پخش فیک نشان می‌دهد که شار پخشی در خلاف جهت گرادیان نسبت جرمی عمل می‌کند. با به‌کارگیری این مفاهیم می‌توان معادله انتقال جرم هر ذره را نوشت [۹].

$$\frac{\partial \rho m_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho m_j V) = D \nabla \cdot (\rho \nabla m_j) \quad (8)$$

معادلات حاکم باید به‌صورت همزمان و پیمایشی در زمان حل شوند تا به جواب حالت دائمی برسند. در هر گام زمانی باید خواص فیزیکی مخلوط را محاسبه نمود. خواص فیزیکی مخلوط در هر نقطه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho = \sum_{j=1}^n m_j \rho_j, \mu = \sum_{j=1}^n m_j \mu_j \quad n=1,2 \quad (9)$$

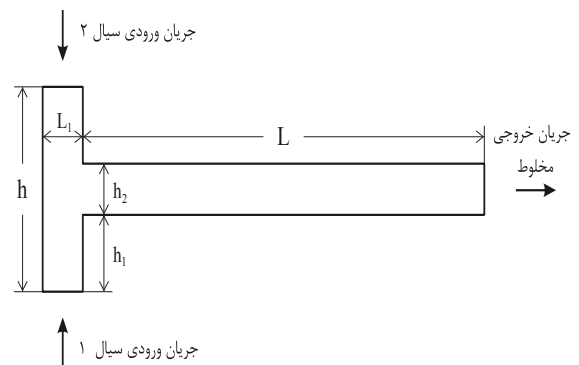
برای بی‌بعد سازی معادلات از مقادیر میانگین خواص مخلوط، عرض کانال، سرعت میانگین سیال‌های ورودی

بالا کارایی اختلاط افزایش چشمگیری دارد. ویرک و همکاران [۷] با استفاده از نرم افزار کُمسُل اختلاط دو سیال را در اعداد رینولدز پایین در میکروکانال T-شکل شبیه سازی و اثرات سرعت و ابعاد میکروکانال را بر غلظت خروجی بررسی کردند.

به‌دلیل هزینه بالای ساخت و آزمایش این تجهیزات، شبیه‌سازی و بهینه نمودن میکرومیکسرها پیش از ساخت برای داشتن بازده اختلاط بالاتر ضروری به نظر می‌رسد. بنابراین، در این مقاله، شبیه‌سازی جریان و آمیختگی دو سیال با خواص ثابت در کانال T-شکل با استفاده از روش حجم محدود جیمسون بررسی می‌شود

معادلات حاکم

در این تحقیق، شبیه‌سازی جریان و آمیختگی دو سیال که دارای مخلوطی با خواص ثابت هستند در کانال T-شکل بررسی می‌شود.



شکل ۱: میکروکانال T-شکل.

در کانال T-شکل طول‌های بی‌بعد به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$L = 19, L_1 = 1, h_1 = 2.5, h_2 = 1 \quad (1)$$

برای بررسی کارایی اختلاط، معادلات جریان به همراه معادله پخش باید به صورت همزمان در هندسه موردنظر حل گردند. با فرض جریان آرام، دائمی و دوبعدی یک مخلوط دو جزئی از سیالات لزج و تراکم‌ناپذیر معادلات حاکم ساده می‌گردند. برای شبیه‌سازی پدیده اختلاط، باید میدان جریان دو سیال همراه با معادلات انتقال جرم آن‌ها به صورت همزمان حل گردند. برای مرتبط نمودن معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی از مفهوم تراکم-پذیری مصنوعی استفاده می‌گردد [۸].

۱. پروفیل نسبت جرمی: این پروفیل تغییرات نسبت جرمی را در مقطع کانال نشان می‌دهد. مقدار نسبت جرمی از صفر تا یک تغییر می‌کند که صفر نشان‌دهنده عدم وجود جرم در آن نقطه و یک نشان‌دهنده این است که جرم تمام محل مورد نظر را فرا گرفته است. به این ترتیب اختلاط کامل زمانی رخ می‌دهد که مقدار نسبت جرمی در هر نقطه به مقدار ثابت ۰.۵ برسد.

۲. شدت اختلاط: تعریف کیفیت آمیختگی دو سیال بر اساس شدت جدایش دانکورت [۱۱] می‌باشد:

$$I_s = \frac{\sigma^2}{\sigma_{\max}^2} \quad (17)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{|V|} \int_V (m - \bar{m})^2 dV \quad (18)$$

\bar{m} نشان‌دهنده مقدار متوسط نسبت جرمی و σ_{\max}^2 حداکثر تغییرات ممکن است. بدین ترتیب حداکثر تغییرات ممکن برای مخلوط دوتایی برابر است با:

$$\sigma_{\max}^2 = \bar{m}(1 - \bar{m}) \quad (19)$$

با توجه به تغییرات نسبت جرمی با زمان یا مکان، معمولاً از مقدار تغییرات در زمان ابتدایی یا ورودی کانال استفاده می‌شود. بنابراین، شدت آمیختگی دو سیال از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$I_m = 1 - \sqrt{I_s} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{\max}} \quad (20)$$

بر اساس این تعریف، شدت آمیختگی یک، معرف مخلوط کاملاً همگن است.

روش حجم محدود جیمسون

روش‌های حجم محدود مختلفی برای حل معادلات جریان تراکم‌ناپذیر وجود دارد که در همه آن‌ها ابتدا از معادلات حاکم بر روی حجم کنترل‌ها انتگرال‌گیری شده و معادلات بدست آمده با استفاده از روش‌های صریح یا ضمنی حل می‌گردند [۱۳]. روشی که در این تحقیق از آن استفاده خواهد شد روشی است که توسط جیمسون و تورکل در سال ۱۹۸۱ ارائه شد. در این روش ابتدا ناحیه مورد نظر به تعدادی حجم کنترل تقسیم می‌شود. سپس از حالت بقایی معادلات حاکم بر روی هر حجم کنترل با استفاده از قضیه گرین انتگرال‌گیری می‌شود. در حالت دوبعدی با استفاده از قضیه گرین می‌توان انتگرال روی سطح هر حجم کنترل را به انتگرال روی مرزهای آن حجم کنترل تبدیل نمود. بدین ترتیب مشتقات مکانی بسط

استفاده می‌شود. در نتیجه متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \nabla^* &= \frac{\nabla}{h}, & t^* &= \frac{\bar{u}t}{h}, \\ V^* &= \frac{V}{\bar{u}}, & p^* &= \frac{p}{\bar{\rho}\bar{u}^2}, & \beta^* &= \frac{\beta}{\bar{u}^2} \\ \rho^* &= \frac{\rho}{\bar{\rho}}, & \mu^* &= \frac{\mu}{\bar{\mu}} \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن مقادیر میانگین برابر است با:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \rho_j, \quad \bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mu_j, \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_j \quad (11)$$

در نهایت معادلات حاکم بی‌بعد با حذف ستاره متغیرها به صورت زیر درخواهند آمد:

۱. معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \beta \nabla \cdot (\rho V) = 0, \quad (12)$$

۲. معادلات اندازه حرکت خطی

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + (V \cdot \nabla) \rho V = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla \cdot (\mu \nabla V) \quad (13)$$

۳. معادلات انتقال جرم

$$\frac{\partial \rho m_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho m_j V) = \frac{1}{\text{Pe}} \nabla \cdot (\rho \nabla m_j) \quad (14)$$

که در آن‌ها اعداد بی‌بعد رینولدز، اشمیت و پکلت به صورت زیر تعریف می‌شوند:

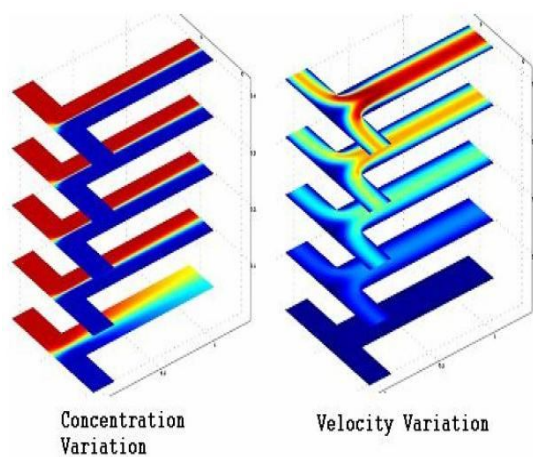
$$\text{Re} = \frac{\bar{\rho} \bar{u} h}{\bar{\mu}}, \quad \text{Sc} = \frac{\bar{\mu}}{\bar{\rho} D}, \quad \text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Sc} \quad (15)$$

معادلات حاکم بی‌بعد باید همراه شرایط مرزی مناسب حل شوند. با کمک روش مشخصه‌ها برای حل معادلات هذلولوی مقادیر مرزی در ورود و خروج مشخص می‌شوند. به این ترتیب در اعداد رینولدز پایین، در ورودی بردار سرعت و در خروجی میدان فشار به صورت فیزیکی معلوم می‌باشند. همچنین در ورودی مقدار نسبت جرمی معلوم است و مقدار آن در خروجی پس از حل معادلات به دست می‌آید. در غیاب مکش و دمش از دیواره و واکنش شیمیایی، شرط مرزی روی دیوار برای معادلات انتقال جرم به صورت زیر در می‌آید [۱۰]:

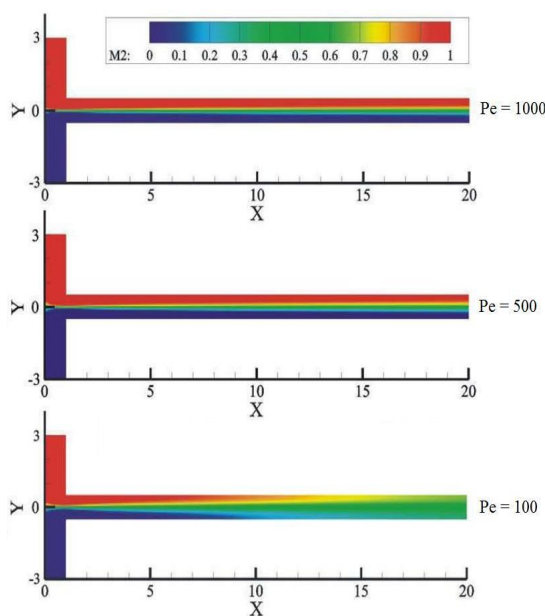
$$G_{\text{wall}} = -\rho D \nabla m_j = 0 \quad (16)$$

پس از حل معادلات میدان سرعت، فشار و نسبت جرمی دو سیال در هر نقطه بدست می‌آید.

برای نشان دادن قابلیت یک میکرومیکسر در اختلاط دو سیال و بررسی بازدهی اختلاط از چندین روش می‌توان استفاده نمود که دو مورد از مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:



الف) شبیه‌سازی ویرک و همکاران [۷]



ب) شبیه‌سازی حاضر

شکل ۱: مقایسه خطوط همتراز غلظت در دو شبیه‌سازی.

شکل (۳) خطوط جریان و بردارهای سرعت را در محل تقاطع در کانال T-شکل نشان می‌دهد. شکل‌های (۴) و (۵) تغییرات شدت آمیختگی را در اعداد اشمیت ۱۰ و ۱۰۰ نشان می‌دهند. در ابتدای کانال و در محل برخورد دو سیال به دلیل ایجاد نقطه سکون و کاهش سرعت جریان، دو سیال به میزان زیادی با هم آمیخته می‌شوند و سپس مقدار آن کاهش یافته که در کانال اصلی به وسیله پخش مجدداً افزایش می‌یابد.

داده شده و مشتق زمانی به همان شکل اولیه نگه داشته می‌شود. با این کار یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی به دست می‌آید که می‌توان آن را با استفاده از روش‌های کلاسیک مانند رانگ-کوتا حل نمود. پس از انتگرال‌گیری از معادلات به دست آمده و پیشروی در زمان پاسخ حالت دائم به دست می‌آید. این روش در تمامی نواحی دارای دقت مرتبه دو است و خاصیت مطلوب آن مستقل بودن پاسخ حالت دائم از گام زمانی است بنابراین می‌توان از گام‌های زمانی متغیر برای سرعت بخشیدن به نرخ همگرایی بهره برد. در این روش برای پایداری حل نیاز به اضافه نمودن عبارت‌های اتلافی در هر گام زمانی وجود دارد که بر اساس مشتق دوم و چهارم متغیرهای بقایی بر مبنای نوع معادلات مختلف تغییر می‌کند. برای حل معادلات سیالات لزج و تراکم‌ناپذیر از عبارت‌های اتلافی مرتبه چهارم استفاده می‌شود. اعمال روش حجم محدود جیمسون نسبت به روش‌های اختلاف محدود ساده‌تر می‌باشد زیرا شارهای متغیرهای بقایی در مرزهای هر سلول محاسبه می‌شود و این روش نیازی به تبدیل شبکه غیر یکنواخت به شبکه یکنواخت ندارد. از سوی دیگر، این روش با به کارگیری تراکم‌پذیری مصنوعی مشکل استفاده از شبکه‌های جابجا شده در دیگر روش‌ها مانند روش حجم محدود سیمپل را از بین می‌برد. در نهایت این روش دارای دقت مرتبه دو در مکان و مرتبه چهارم در زمان است که به جواب حالت دائمی همگرا می‌شود. سادگی اعمال روش جیمسون و عدم نیاز آن به شبکه‌های یکنواخت، این روش را برای شبیه‌سازی میکرومیکسرهای دو سیالی ایده‌آل می‌سازد. این روش تاکنون بیشتر برای حل جریان‌های با رینولدز بالا استفاده شده است که در تحقیق حاضر دامنه کاربرد آن به جریان‌های در اعداد رینولدز پایین افزایش یافته است.

بحث و نتایج

در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان و آمیختگی دو سیال ارائه می‌گردد. نتایج برای میکروکانال T-شکل با نتایج ویرک و همکاران [۷] همخوانی دارد. شکل (۲) خطوط همتراز غلظت حاصل از شبیه‌سازی ویرک و همکاران و شبیه‌سازی حاضر را نشان می‌دهد. با افزایش سرعت (عدد رینولدز) عدد پکلت افزایش می‌یابد و در نتیجه میزان اختلاط دو سیال کم می‌شود.

نتیجه گیری

در این تحقیق، موارد زیر مورد بررسی قرار گرفت:

۱. روش حجم محدود جیمسون براساس تغییر ماهیت معادلات حاکم دائمی به معادلات غیردائم هذلولوی- سهموی آن‌ها را حل می‌نماید. به این ترتیب که با ایجاد یک گام زمانی مجازی و پیمایش در آن نرخ تغییرات متغیرهای بقا را در زمان به صفر رسانده و به پاسخ حالت دائم معادلات می‌رسد.

۲. به دلیل مستقل بودن معادلات اندازه حرکت خطی و پیوستگی از یکدیگر در جریان غیرقابل تراکم، از روش تراکم‌پذیری مصنوعی به منظور جفت کردن این معادلات استفاده می‌شود. باید توجه داشت که برای حل معادلات انتقال جرم دو سیال مختلف غیرقابل تراکم باید تغییرات چگالی در مکان در معادله پیوستگی لحاظ گردد.

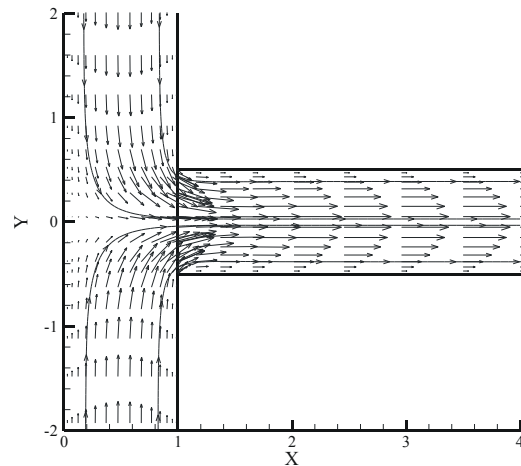
۳. با توجه به وابستگی خواص مخلوط دو سیال با خواص متغیر با مکان، برای شبیه‌سازی آمیختگی جریان باید در هر گام زمانی مجازی خواص مخلوط را در هر نقطه از دامنه حل بر اساس نسبت‌های جرمی دو سیال محاسبه نمود.

با انجام شبیه‌سازی جریان و آمیختگی دو سیال در تحقیق اخیر نتایجی زیر به دست آمد:

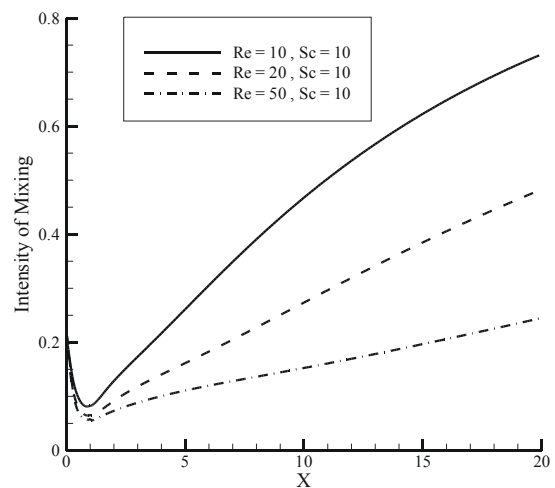
۱. به‌طور کلی افزایش عدد اشمیت به‌معنای کاهش ضریب پخش دو سیال در یکدیگر می‌باشد و به دلیل اینکه سازوکار اصلی اختلاط در ابعاد میکرو پدیده پخش می‌باشد بنابراین این امر سبب کاهش آمیختگی دو سیال می‌گردد. بالعکس کاهش عدد اشمیت به معنای افزایش ضریب پخش بوده و سبب افزایش شدت آمیختگی می‌شود.

۲. در اعداد رینولدز و اشمیت بالا، بازده اختلاط در کانال T-شکل بسیار بالاتر از کانال با ورودی موازی می‌شود. بنابراین استفاده از آن‌ها در اختلاط سیالات دارای ضرایب پخش کوچکی هستند توصیه می‌شود.

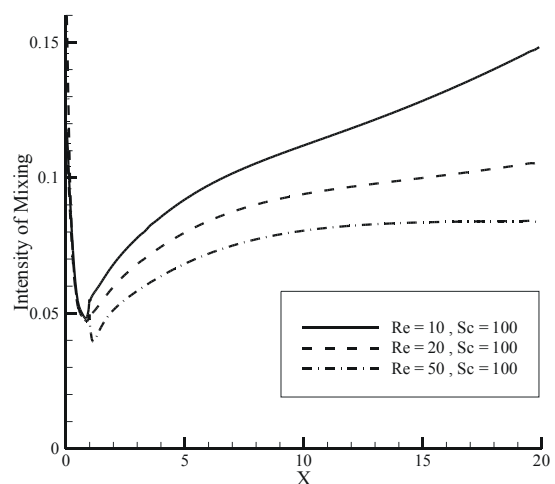
۳. در جریان آرام افزایش عدد رینولدز باعث افزایش عدد پکلت می‌شود و در نتیجه منجر به کاهش شدت آمیختگی دو سیال در یکدیگر می‌گردد. در صورتی که افزایش عدد رینولدز به اندازه‌ای باشد که سبب تغییر در رژیم جریان و ناپایدار کردن جریان سیال گردد، با تغییر سازوکار اختلاط، باعث افزایش شدت آمیختگی می‌گردد.



شکل ۲: خطوط جریان و بردارهای سرعت در کانال T-شکل.



شکل ۳: شدت اختلاط در حالت $Sc=10$.



شکل ۴: شدت اختلاط در حالت $Sc=100$.

مراجع

- 1 - Karniadakis, G., Beskok, A. and Aluru, N. (2005). *Microflows and nanoflows fundamentals and simulation*. Springer.
- 2 - Beebe, D. J., Adrian, R. J., Olsen, M. G., Stremmer, M. A., Aref, H., Jo, B. H. (2001). "Passive mixing in microchannels: Fabrication and flow experiment." *J. Mech. Ind.*, Vol. 2, PP. 343-348.
- 3 - Veenstra, T. T., Lammerink, T. S. J., Elwenspoek, M. C., Van den Berg, A. (1999). "Characterization method for a new diffusion mixer applicable in micro flow injection analysis systems." *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 9, PP. 199-202.
- 4 - Gobby, D. Angeli and P. Gavriilidis, A., "Mixing characteristics of T-type microfluidic mixers." *J. Micromechanics and Microengineering*, Vol.11, PP. 126-132.
- 5 - Bothe, D. Stemich, C. and Warnecke, H.J. (2006). "Fluid mixing in a T-shaped micro-mixer." *Int. J. Chemical Engineering Science*, Vol. 61, PP. 2950-2958.
- 6 - Wong, S.H. Ward, M.C.L. and Wharton, C.W. (2004). "Micro T-mixer as a rapid mixing micromixer." *Int. J. Sensors and Actuators B*, Vol. 100, PP. 359-379.
- 7 - Virk, M. S., Hold, A. E. Kaennakham, S. (2007). "Numerical Analysis of Fluid Mixing in T-Shape Micro Mixer," Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Users Conference, Grenoble, France.
- 8 - Chorin, A. J. (1967). "A numerical method for solving incompressible viscous flow problems." *J. Computational Physics*, Vol. 2, PP. 12-26.
- 9 - Kays, W. M., Crawford, M. E. (2005). *Convective heat and mass transfer*, McGraw Hill.
- 10 - Ozisik, M.N. (1988), *heat Transfer a basic approach*. McGraw Hill.
- 11 - Danckwerts, P.V. (1952). "The definition and measurement of some Characteristic of mixtures." *Applied Science Research A3*, PP. 279-296.
- 12 - Veress, A., (2002). "Incompressible flow solver by means of pseudo-compressibility method." *HEJ* manuscript No. ANM-030110-A., Budapest, Hungary.